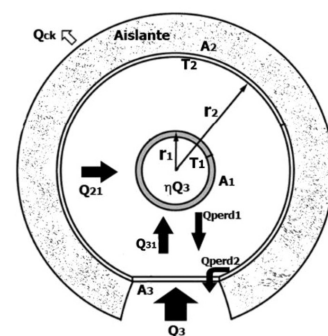


Análisis de la radiación absorbida/perdida de un absorbedor esférico concéntrico a una cavidad con una apertura al flujo solar

Radiative analysis of a spherical absorber concentric to a spherical cavity with an aperture to solar flow



Maximiano Ixtaccíhuatl Gaspar-Pavón, Claudia del Carmen Gutiérrez-Torres, José Alfredo Jiménez-Bernal, Pedro Quinto-Díez, Juan Gabriel Barbosa-Saldaña

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL. SEPI-ESIME Zacatenco. U.P. Adolfo López Mateos, Edif. 5 3^{er} - México, D. F. (México).

DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/7776> | Recibido: 03/08/2015 • Aceptado: 18/12/2015

ABSTRACT

- View factors and radiative flows from a solar sub-system, which is made up of a spherical absorber immersed into a spherical cavity with an aperture towards several solar flows, are mathematically obtained. Suitable values of view factors are deduced and possible materials to build the solar sub system are chosen considering their radiative properties. Additionally, radiative loss/gain is calculated and absorber temperature is iteratively estimated. Taking into account a couple of materials to build the absorber-cavity: graphite-silver, respectively, effects in graphs and tables are shown. As a result of having the spherical absorber immersed into the cavity, an equality of flows impinging absorber, 88% of thermal efficiency and 2% of radiative loss are obtained under the given conditions.
- **Keywords:** Absorber, cavity, sphere, radiation, solar.

RESUMEN

Este trabajo documenta la obtención matemática de factores de forma y cálculo de flujos radiativos de un subsistema solar constituido por un absorbedor de forma esférica inmerso en una cavidad esférica con una apertura a distintos flujos solares. En el proceso se deducen matemáticamente los factores geométricos y valores adecuados de los mismos. Se consideran y proponen materiales posibles para constituir el subsistema en base a sus propiedades radiativas. Además, se estiman la ganancia/pérdida radiativa e, iterativamente, la temperatura del absorbedor. Considerando un par de materiales para construir el subsistema solar esfera-cavidad: grafito-plata, respectivamente, se muestran los efectos en forma gráfica y Tablas. Como resultados de sumergir el absorbedor esférico en una cavidad, una igualdad de flujo incidente en el receptor, 88% de eficiencia térmica y pérdidas radiativas del 2% son obtenidas bajo las determinadas condiciones.

Palabras Clave: Absorbedor, cavidad, esfera, radiación, solar.

1. INTRODUCCIÓN

Los concentradores de foco puntual son ampliamente utilizados tanto en destilación de agua, preparación de alimentos, como en la generación de potencia eléctrica o vapor. En el punto donde son concentradas las ondas electromagnéticas, ocurre la transferencia de energía para su utilización o aprovechamiento. En esta pequeña e importante zona focal ocurren, desafortunadamente,

fenómenos como re-radiación, derrame radiativo, enfriamiento convectivo y fugas de flujos conductivos, los cuales llevan a un detrimento de la capacidad y eficiencia térmica del sistema de captación de energía solar en su totalidad. Por lo anterior han surgido numerosas investigaciones para mejorar las características del área de suministro de calor, modificándola para de alguna manera, aproximar el comportamiento de los dispositivos reales a elementos térmicamente ideales. A través de la investigación se han encontrado medios para reducir considerablemente las pérdidas por transferencia de calor: encerrando el foco en una cavidad y/o variando la geometría del absorbedor, mejorando así el desempeño del sistema de foco puntual.

La investigación mundial ha propuesto diversas cavidades para los concentradores de foco puntual: hemisférica, esférica, cónica, elíptica, cilíndrica, cilindro-elíptica, pera, entre otras.

Una oquedad muy estudiada es la hemisférica. Kumar y Reddy [1] estimaron mediante *Fluent 6.1*, las pérdidas por convección natural y radiación de una cavidad hemisférica a cuyas paredes se adaptan los tubos absorbedores; investigaron el efecto de la orientación de la cavidad receptora desde 0 a 90° y encontraron que las pérdidas convectivas son función de la orientación pero las pérdidas radiativas son independientes de la posición.

Melchior y Steinfield [2], hacen un análisis de transferencia radiativa con el *método de Montecarlo* de una cavidad cilíndrica conteniendo arreglos de tubos absorbedores. La posición de los tubos fue optimizada al 60 % de la distancia desde la apertura hacia la cavidad y fue obtenida una distribución de temperatura normal desde la parte del tubo que enfrenta a la apertura hasta su parte posterior que se orienta hacia la cavidad. Previamente, Melchior et al. [3], habían completado el análisis convectivo de la misma configuración pero con un tubo aplicado a un proceso termo-químico, simulando con el método de Montecarlo y concordando exitosamente con resultados experimentales.

Por otro lado, a través del trazado de rayos con el *método de Montecarlo* acoplado a las propiedades ópticas de distintas cavidades: cilíndrica, elíptica, esférica, cónica, entre otras, Shuai et al. [4] estudiaron los efectos de la forma del Sol y los errores de superficie de un plato parabólico cuyo ángulo de borde es 45° y distancia focal de 3 m, mostrando que las características direccionales del flujo afectan la distribución del mismo en dichas cavidades receptoras. En vista de la buena distribución de flujo que tiene la cavidad esférica se fue modificando su forma para hacer el flujo todavía más uniforme y se obtuvo una cavidad cuya forma es similar a la de una pera. De tal cavidad se puede obtener una

distribución de flujo casi uniforme. El estudio es numérico y sólo considera el efecto radiativo.

Nayak et al. [5], compararon las pérdidas convectivas de tres distintos tipos de cavidades: cúbica, esférica y hemisférica mediante análisis numérico usando el programa *Fluent*. El análisis se llevó a cabo considerando las paredes de la cavidad como isotérmicas bajo temperaturas de 100°C, 200°C y 300°C. Se consideraron también los efectos de la inclinación a 0°, 30°, 45°, 60° y 90°, y dependencias con sus dimensiones. Finalmente, se concluyó que la cavidad hemisférica era la que tenía mayor pérdida convectiva al compararla con las otras dos bajo las mismas condiciones de orientación y relación de aperturas, mientras que la cavidad cúbica debido a la discontinuidad de sus superficies perpendiculares mostraba una menor pérdida por convección.

Puesto que la geometría de un receptor solar es determinante para las pérdidas de transferencia de calor se han llevado a cabo varios estudios de su influencia.

Almanza et al. [6] desarrollaron un programa de simulación para determinar la distribución de temperatura en la pared de un tubo receptor bimetalico cobre-acero, ubicado en el foco de un captador parabólico cilíndrico, en condiciones de flujo estratificado y flujo de irradiación lateral. Se obtuvo el modelo matemático y se resolvió empleando el método de diferencias finitas obteniéndose una distribución de temperatura gaussianas, desde la parte lateral, donde el flujo incide directamente, hacia el hemisferio posterior.

Otro análisis térmico pero de absorbedor plano formado por tubos fue hecho por Nepveu et al. [7]. Los autores construyeron un modelo térmico de conversión de energía de una unidad *Eurodish/Stirling* ubicada en el laboratorio de Odeillo analizando la esparsión radiativa, la emisión infrarroja y las pérdidas reflectivas. Calcularon también pérdidas conductivas, convectivas y radiativas a través de la cavidad. El modelo fue comparado con los resultados experimentales encontrando buena concordancia.

En China, Dai et al. [8], obtuvieron teórica y experimentalmente el desempeño térmico de ocho receptores en forma de cavidad: cónica, esférica, cilíndrica, hemisférica, cónica recortada positiva, cónica recortada invertida, hetero-cónica y dómica. Para un colector de foco puntual tipo *lente Fresnel* de concentración geométrica igual o superior a 500, el absorbedor de cavidad cónica resultó tener el mejor comportamiento térmico seguido del esférico con factores de remoción de calor de 0.868 y 0.861 respectivamente.

En Argentina, Saravia et al. [9], presentaron el diseño y construcción de un motor *Stirling* tipo alfa cuyo receptor, se construyó con tubos de cobre de 6 mm de diámetro soldados con placa a una carcasa de acero. Cada tubo de 450 mm de largo está curvado en forma de U con los extremos soldados en la placa, cada unidad absorbente "U" es agrupada para formar un cilindro. El absorbedor es encerrado en un vaso de boro-silicato de 5 litros para reducir las pérdidas convectivas.

Más tarde, Saravia et al. [10], en 2010, hicieron la simulación numérica dinámica y térmica del mismo motor con el programa *Simusol*. Basándose en la aproximación adiabática, se obtiene la evolución transitoria del motor. La estimación numérica muestra que con una variación de la presión del aire centrada en los 20 N/cm² y un número de ciclos por minuto de 960 rpm, el cálculo energético resulta tener una potencia media de 220 W.

El desarrollo alcanzado en cavidades y absorbedores solares es muy variado cuando los absorbedores hechos de tubos se adhieren a las paredes de la cavidad tomando la forma de la misma debido a la facilidad de construcción. Cuando el receptor se separa de la cavidad surgen configuraciones bidimensionales de cavidades ci-

lindricas conteniendo tubos circulares, que han sido ampliamente estudiadas.

Considerando que la cavidad esférica es una de las que mejores propiedades radiativas y convectivas presenta según las referencias anteriores para la reducción de fugas de calor y aunado a que, una cavidad esférica encerrando un absorbedor esférico, con configuración de tres dimensiones, ha sido poco estudiada, se presenta como objeto del presente estudio: obtener los factores de forma y cálculo de flujos radiativos de un subsistema solar constituido por un absorbedor de forma esférica inmerso en una cavidad esférica con una apertura a determinados flujos solares y materiales de construcción definidos para valorar su eficiencia térmica y pérdidas radiativas.

2. DESARROLLO

2.1. CÁLCULO DE LOS FACTORES DE FORMA

Se procede a obtener los factores de forma radiativos de un conjunto de elementos conformado por una esfera gris-difusa inmersa en una oquedad también esférica gris-difusa con una apertura para recibir el flujo electromagnético.

En la Figura 1 se muestran las superficies radiativas participantes para la obtención de los factores de forma. A_1 y r_1 son el área y radio del absorbedor respectivamente, A_2 y r_2 son el área y radio correspondientes a la cavidad, A_3 es la superficie de apertura, Q_3 es el flujo entrante proveniente de las etapas de concentración solar, ηQ_3 flujo aprovechado, Q_{ck} flujo conductivo a través del aislante del recinto. En adición se indica la temperatura de la cavidad como T_2 y la del absorbedor como T_1 .

La sumatoria de los factores de forma desde la superficie i de un recinto cerrado hacia todas las superficies del propio recinto, incluso hacia sí misma, es igual a la unidad:

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad (1)$$

Una consideración importante para el área de apertura: $A_3 \ll A_2$ para aproximar el comportamiento radiativo del subsistema cavidad-esfera, al de un cuerpo negro y por tanto A_3 es prácticamente plana y la radiación sobre sí misma es cero:

$$F_{33} = 0 \quad (2)$$

Además, como la radiación de una esfera sobre sí misma es nula, entonces $F_{11} = 0$.

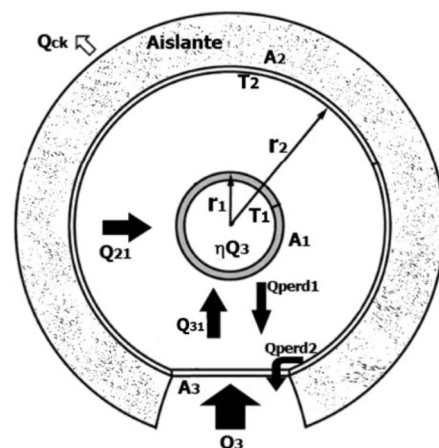


Figura 1: Subsistema Absorbedor (esfera-cavidad) y flujos radiativos

Finalmente, arreglando las ecuaciones de los factores de forma para el subsistema cavidad-esfera quedan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} F_{11} + F_{12} + F_{13} &= 1 \\ F_{21} + F_{22} + F_{23} &= 1 \\ F_{31} + F_{32} + F_{33} &= 1 \end{aligned}$$

(3)

Calculando los factores de forma correspondientes de acuerdo a Incropera y DeWitt [11], el arreglo queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 0 + \frac{A_2}{A_s} + \frac{A_3}{A_s} &= 1 \\ \frac{A_1}{A_s} + \left(1 - \frac{A_1}{A_s}\right)\left(1 - \frac{A_3}{A_2}\right) + \frac{A_3}{A_2}\left(1 - \frac{A_1}{A_s}\right) &= 1 \\ \frac{A_1}{A_s} + \frac{1 - \frac{A_1}{A_s}}{1 - \frac{A_1}{A_s}} + 0 &= 1 \end{aligned}$$

(4)

La energía solar hace su entrada por la abertura A_3 , aunque también a través de ésta la radiación escapa por emisión; los términos sombreados de los arreglos indicados como la ecuación (3) y (4), rigen tales pérdidas radiativas, explícitamente, la fracción de la radiación proveniente de la esfera A_1 que escapa por la salida A_2 y la proveniente de la cavidad A_2 que se emite también hacia la apertura A_3 .

Obsérvese la dependencia con el área A_3 como una mayor porción de la energía que escapa proviene de la esfera, es decir, $F_{13} > F_{23}$. La importancia de que $A_3 \ll A_2$ es evidente, puesto que ello reduce las pérdidas radiativas; un valor típico de A_s/A_3 , usado en la referencia [3] es 100, así, el sub-sistema se aproxima al comportamiento de un cuerpo negro, que absorbe la energía radiativa en su totalidad.

Por otro lado, la ganancia radiativa corresponde a los términos enmarcados de negro en (4), la densidad de flujo proveniente de la abertura, literalmente irradia la cavidad y la esfera dividiéndose en función de los factores de forma: F_{31} (fracción de radiación proveniente de la abertura que incide sobre la esfera) y F_{32} (fracción de flujo electromagnético desde la entrada A_3 que incide en la cavidad).

Se puede notar que los flujos que llegan al absorbedor y cavidad son funciones de la relación geométrica A_1/A_s . Para analizar más profundamente dicha relación, se debe considerar la Figura 2(a); en una situación ideal, donde las paredes reflectoras de la cavidad fueran perfectas, con absortividad nula, el flujo Q_{ck} sería eliminado, consecuentemente el flujo que impactaría a la cavidad sería idéntico al que sale de ella hacia el absorbedor, $Q_{32} = Q_{21}$, en

otras palabras, si la superficie A_2 fuera un reflector difuso perfecto sería suficiente una relación $\frac{A_1}{A_s} = 0.5$ para hacer que las fracciones de radiación desde la apertura sobre cavidad y desde la entrada sobre la esfera fueran iguales, esto es $F_{31} = F_{32}$.

Pero el escenario real que se presenta es mostrado por la Figura 2(b), la pared de la cavidad no es reflectora difusa perfecta, por ello, absorberá parte del flujo que proviene de la apertura y conformará el flujo de conducción Q_{ck} . Con un factor de forma $F_{31} = 0.5$, tendríamos que $Q_{21} < Q_{31}$.

Por tanto, se propone un F_{31} un poco menor a 0.5, con ello, el valor resultante incrementado de F_{32} compensa las pérdidas por reflexión y aislamiento imperfectos de la cavidad. Para iniciar el cálculo de los flujos radiativos se considera $F_{31} = 0.45$, valor arbitrario cuya conveniencia es aclarada en el material adicional del presente artículo.

En el siguiente apartado se eligen los materiales adecuados del sub-sistema cavidad-esfera para estimar las potencias radiativas.

2.2. VALORES INICIALES

Considerando un plato parabólico de 1.5 m de radio abarcando una área de 7m² e irradiación solar nominal 1000 $\frac{W}{m^2}$, la energía captada disponible en el absorbedor puede ser 56% de 7 kW, Durán-Medina [12] por lo que el flujo radiativo a la entrada es $Q_3 = 3.9 \times 10^3 W$.

Además, si el radio de la zona focal real de 4.5×10^{-2} es reducido un 30 % por una segunda etapa de concentración Tapia y Del Río [13], el radio del orificio en la cavidad será $r_3 = 3 \times 10^{-2} m$ aproximadamente. En consecuencia se tiene también la densidad de flujo a la entrada $J_3 = Q_3/A_3 = 1.3793 \times 10^6 W/m^2$.

La superficie A_3 es una abertura por lo que se representa en el análisis como una superficie artificial con reflectividad cero, es decir, la emisividad $\epsilon_3 = 1$. Valores nominales Q_3 de están en el intervalo de 500 a 14000 W para radios geométricos de disco de 0.5335 m a 2.821 con 0.56 de eficiencia óptica; tal intervalo de flujos se puede presentar a la entrada de la cavidad esférica.

Se asume que el medio no participa en el proceso radiativo porque los componentes del aire O_2 y N_2 , a las temperaturas antes mencionadas no emiten una radiación considerable y son transparentes a ésta Incropera y DeWitt [11].

Un valor representativo de flujo por conducción que se pierde a través del aislante térmico de la cavidad y a temperaturas del presente subsistema, es aproximadamente la décima parte del flujo entrante: $Q_{ck} = 3.9 \times 10^2 W$ Melchior y Steinfield [2]. Tal valor de pérdida conductiva se puede fijar, por ejemplo, con 8.16 cm de aislante cerámico hecho de alúmina-sílice cuya conductividad térmica es aproximadamente $k = 0.15 \frac{W}{mK}$ Bhattacharyya, et al. [14]. Este espesor rodeando la cavidad es superior al crítico cuando se

Descripción	Símbolo	Valor Nominal
Flujo Solar entrante	Q_3	3.9 kW
Radio de abertura A_3	r_3	$3 \times 10^{-2} m$
Superficie de apertura	A_3	$2.8274 \times 10^{-3} m^2$
Emisividad de A_3	ϵ_3	1
Temperatura de Cavidad	T_2	1100 K
Temperatura de Absorbedor	T_1	900 K
Flujo conductivo	Q_{ck}	0.39 kW
Densidad de Flujo en la apertura	J_3	$1.3793 \times 10^6 W/m^2$
Superficie de cavidad y abertura	A_s	$100 \cdot A_3$
Área del absorbedor	A_1	$0.45 \cdot A_s$

Tabla 1: Resumen de Valores Iniciales

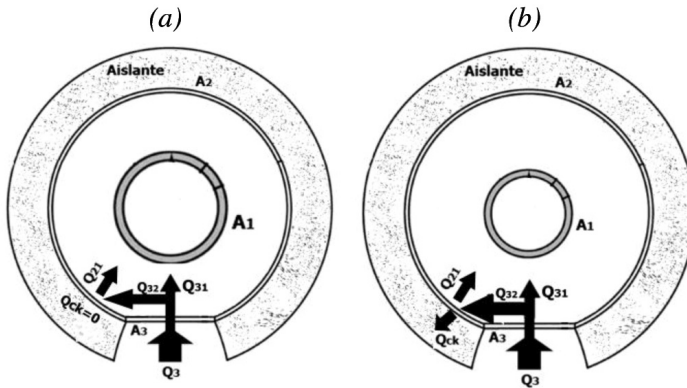


Figura 2: Cavidad (a) Ideal y (b) Real

considera el coeficiente de convección natural para el aire reportado por Rabl [15]: $h=30 \frac{W}{m^2K}$.

La diferencia de temperatura en el absorbedor se asume que es baja por la buena conductividad térmica del grafito, así que la temperatura en el absorbedor se considera uniforme y promedio Melchior y Steinfield [2].

Se analiza el sistema con temperatura uniforme máxima de operación de cavidad, $T_2=1100K$ para no rebasar el punto de fusión de la plata.

La temperatura del absorbedor será menor y cercana a la de la cavidad debido a la sustracción de potencia del mismo según Melchior y Steinfield [2], por lo que se le asigna el valor de 900 K inicialmente, aunque más adelante en los cálculos se obtendrá el valor exacto de temperatura iterativamente.

Teniendo en cuenta que el sistema cavidad-absorbedor está en estado estacionario, que tiene transferencia de calor unidimensional por tener simetría térmica alrededor del punto central del mismo, propiedades térmicas constantes y resistencia térmica de contacto despreciable conforme a Cengel [16], en la Tabla 1 se resumen los valores iniciales, con los que se harán los cálculos radiativos.

Una aplicación de alta temperatura requiere seleccionar materiales con características adecuadas. Se requieren altos puntos de fusión, conductividad térmica alta y emisividad elevada para el absorbedor. En contraste se necesita baja emisividad y reflectividad alta para las paredes internas de la cavidad.

De la Tabla 2 se seleccionan los materiales apropiados que están sombreados de gris. A cada metal seleccionado se le asigna, respectivamente, lo que se va a construir con el mismo indicándose en la columna "Uso" de la misma Tabla. Así pues, se puede proceder a calcular los flujos radiativos.

2.3. CÁLCULO DE FLUJOS RADIATIVOS

La razón neta de transferencia de calor por radiación desde una superficie i de área A_i se denota por Q_i y se expresa como:

$$Q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{R_i}, \quad \frac{1}{R_i} = \frac{A_i \epsilon_i}{1 - \epsilon_i} \quad (5)$$

Donde J_i es la densidad de flujo radiativo en W/m^2 que sale de la superficie, $E_{bi} = \epsilon_i \sigma T_i^4$ es la densidad de potencia de cuerpo negro emitida por la superficie y R_i , de unidades m^{-2} , denota la resistencia interna de la superficie i a emitir radiación. En este recinto de $N = 3$ superficies, el principio de conservación de la energía requiere que la transferencia neta de calor de la superficie i sea igual a la suma de las transferencias netas de calor desde la misma superficie i hacia cada una de las $N=3$ superficies del recinto, la expresión matemática es:

$$Q_i = \sum_{j=1}^{N=3} Q_{ij} = \sum_{j=1}^{N=3} A_i F_{ij} (J_i - J_j) = \sum_{j=1}^{N=3} \frac{J_i - J_j}{R_{ij}} \quad (6)$$

Siendo $\frac{1}{R_{ij}} = A_i F_{ij}$, con Q_{ij} , como el flujo neto de radiación saliente de la superficie i que incide en la superficie j , y R_{ij} corresponde a la resistencia a la interacción radiativa entre las superficies i y j . Haciendo la analogía eléctrica de la cavidad conforme a Modest [19], el circuito radiativo resistivo corresponde al mostrado en la Figura 3.

Las densidades de potencia E_1, E_2 en serie a sus resistencias R_1, R_2 , representan el absorbedor y la cavidad respectivamente, mientras que Q_3 es el flujo radiativo entrante conocido, que proviene de las etapas concentradoras, el cuál es análogo a una corriente que entra por el nodo del mismo nombre asignado.

Las resistencias R_{31}, R_{32} simbolizan las oposiciones respectivas de las áreas A_1 y A_2 a la radiación proveniente de A_3 y R_{21} es la resistencia que presenta A_1 al flujo proveniente de la cavidad A_2 .

La densidad de potencia del receptor incluye la densidad de potencia de cuerpo negro del mismo más el flujo aprovechado ηQ_3 de donde η es la eficiencia de la transferencia de energía que se convierte en trabajo o calor útil y $\sigma = 5.6697 \times 10^{-8} W/(m^2 K^4)$ es la constante de Boltzman:

$$E_1 = \epsilon_1 \sigma T_1^4 + \eta \frac{Q_3}{A_1} \quad (7)$$

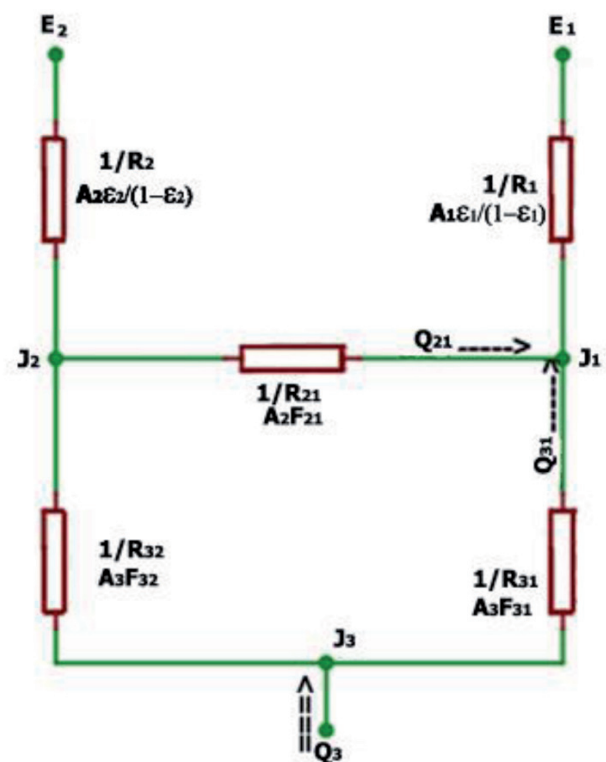


Figura 3: Circuito resistivo análogo correspondiente al sub-sistema cavidad-esfera

Material	Uso	Conductividad Térmica, $k \left(\frac{W}{mK} \right)$	Punto de Fusión, (K)	Emisividad $\epsilon @ 870 K$
Al		237	933	0.11
Ag	Cavidad	406	1235	0.03
Au		308.2	1337	0.02
Grafito	Esfera	129	3800	0.9
Cu		384	1357	0.7
Acero Inoxidable		22.8@800 K	1700	0.8

Tabla 2: Propiedades de los metales para la cavidad y el absorbedor. Siegel y Howell [17], Watanabe [18]

Los valores usuales de la eficiencia de transferencia de calor η , oscilan entre 0 y 0.6; el valor inicial del presente cálculo: $\eta = 0.2$, el cual corresponde a una eficiencia típica real de un motor Stirling Nepveu [7]. De la misma forma, la densidad de potencia de la cavidad corresponde a la suma de la densidad de potencia de cuerpo negro de la misma y la pérdida térmica causada por la conducción en el aislante térmico que envuelve a la cavidad Q_{ck} , Melchior y Steinfield [2]:

$$E_2 = \epsilon_2 \sigma T_2^4 + \frac{Q_{ck}}{A_2} \quad (8)$$

El objetivo que se plantea a partir del circuito de la Figura 3 es la obtención del flujo radiativo que llega a la esfera desde la cavidad Q_{21} y el flujo directo incidente en el mismo absorbedor que proviene de la apertura Q_{31} . Adicionalmente, se requiere hacer que tales flujos sean lo más idénticos posibles en aras de la igualdad de flujo incidente en el receptor. De manera que se resuelve la red resistiva para los nodos desconocidos J_1 y J_2 con las consideraciones y valores de inicio en Matlab7, Esfandiari [20].

La ecuación para el nodo J_1 :

$$\frac{J_3 - J_1}{R_{13}} + \frac{J_2 - J_1}{R_{12}} = \frac{J_1 - E_1}{R_1} \quad (9)$$

La ecuación para el nodo J_2 :

$$\frac{J_2 - E_2}{R_2} + \frac{J_2 - J_1}{R_{12}} = \frac{J_2 - J_2}{R_{23}} \quad (10)$$

Reagrupando las ecuaciones (9) y (10), sustituyendo las funciones correspondientes a las resistencias radiativas y sabiendo que la densidad de flujo a la entrada es $J_3 = \frac{Q_3}{A_3}$, se obtiene un sistema de ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{bmatrix} \frac{A_1 \epsilon_1}{1 - \epsilon_1} + A_1 F_{12} + A_1 F_{13} & -A_1 F_{12} \\ -A_1 F_{12} & \frac{A_2 \epsilon_2}{1 - \epsilon_2} + A_1 F_{12} + A_2 F_{23} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 F_{13} \frac{Q_3}{A_3} + \frac{A_1 \epsilon_1^2}{1 - \epsilon_1} \sigma T_1^4 + \frac{\epsilon_1}{1 - \epsilon_1} \eta Q_3 \\ A_2 F_{23} \frac{Q_3}{A_3} + \frac{A_2 \epsilon_2^2}{1 - \epsilon_2} \sigma T_2^4 + \frac{\epsilon_2}{1 - \epsilon_2} Q_{ck} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Después de despejar los potenciales ó densidades de flujo radiativo J_1 y J_2 , se calcularon los flujos que inciden en el absorbedor que provienen de la apertura y de la cavidad, Q_{31} y Q_{21} y respectivamente, con las siguientes expresiones:

$$Q_{31} = \left(\frac{Q_3}{A_3} - J_1 \right) A_3 F_{31} \quad (12)$$

$$Q_{21} = (J_2 - J_1) A_2 F_{21} \quad (13)$$

De manera que el flujo radiativo que va a estar disponible en el absorbedor es

$$Q_{1T} = Q_{31} + Q_{21} \quad (14)$$

La pérdida radiativa proveniente de la esfera Q_{perd1} y la pérdida radiativa causada por la cavidad Q_{perd2} , se calculan respectivamente de la siguiente forma:

$$Q_{perd1} = \frac{E_1 - \frac{\eta Q_3}{A_1}}{R_{eq1}} \quad (15)$$

$$R_{eq1} = R_1 + \left(\frac{1}{R_{21} + R_{32}} + \frac{1}{R_{31}} \right)^{-1} \quad (16)$$

Análogamente:

$$Q_{perd2} = \frac{E_1 - \frac{Q_{ck}}{A_2}}{R_{eq2}} \quad (17)$$

$$R_{eq2} = R_2 + \left(\frac{1}{R_{21} + R_{31}} + \frac{1}{R_{32}} \right)^{-1} \quad (18)$$

Con lo anterior se obtiene la pérdida total de radiación a través de la apertura:

$$Q_{Tperd} = Q_{perd1} + Q_{perd2} \quad (19)$$

Se considera que la energía en el sistema debe ser constante, la suma de todos los flujos ya sea de entrada y salida debe ser cero,

$$\sum Q_n = 0 \quad (20)$$

Es decir,

$$Q_3 - Q_{31} - Q_{21} - Q_{ck} - Q_{perd1} - Q_{perd2} = 0 \quad (21)$$

El error que indica lo alejados que están los cálculos de cumplir con la ecuación (21) es:

$$\%e = 100 * \left(\frac{Q_3 - Q_{31} - Q_{21} - Q_{ck} - Q_{perd1} - Q_{perd2}}{Q_3} \right) \quad (22)$$

Una vez obtenidas las expresiones matemáticas para calcular los flujos radiativos, se condensan los resultados en las Tablas 3 y 4 del material adicional y en la Tabla 5 del siguiente apartado.

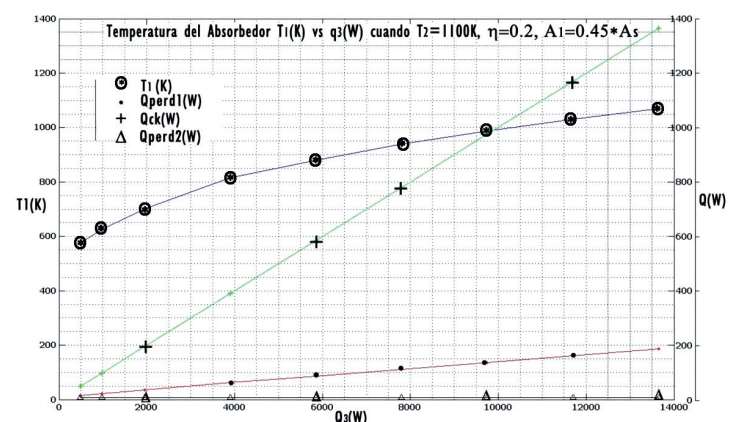


Figura 4: Temperaturas de absorbedor y pérdidas a distintos flujos de entrada

Q_3 (W)	Q_{31} (W)	Q_{21} (W)	$Q_{1T} = Q_{31} + Q_{21}$ (W)	Q_{perd1} (W)	Q_{perd2} (W)	$Q_{Tperd} = Q_{perd1} + Q_{perd2}$ (W)	Q_{ck} (W)
3900	1716.36	1716.75	3433.11	62.31	6.99	69.3	390.0

Tabla 5: Flujos totales de ganancia y pérdida radiativa a $T_1 = 812.5$ K, $T_2 = 1100$ K

3. RESULTADOS

La Tabla 5 comprende la sumatoria de los flujos de ganancia y pérdida radiativas para cuando $\frac{A_1}{A_3} = 0.4503$. Al contrastar el flujo que entra por la apertura frente al flujo total incidente en el receptor, es de notarse, que debido a la resistencia y pérdidas radiativas, el flujo total en el absorbedor Q_{11} es una fracción cercana del flujo de entrada Q_3 , 88% para ser exactos. Mientras que los flujos: Q_{31} y Q_{21} , son cercanamente idénticos en magnitud y componen el mismo flujo total. Por lo anterior, se puede decir que existe una igualdad de flujos incidentes. Por otro lado, más del 90% de las pérdidas radiativas son causadas por la misma superficie absorbente en contraste con la radiación saliente emitida por la cavidad cuya contribución es cercana a una décima del total de pérdidas. Y finalmente se puede observar que la pérdida radiativa total Q_{perd} es considerablemente más baja, 5.62 veces menor que la pérdida conductiva Q_{ck} .

Ahora se pueden ir aumentando los flujos de entrada observando las temperaturas que alcanza el receptor, analizando las pérdidas radiativas y conductivas.

Entonces se obtiene la función de temperatura respecto al flujo de entrada cuya forma es similar a la de una función radical, de hecho, también es directa pues a mayor flujo solar se obtendrán mayores temperaturas. Así se puede ver en la Figura 4 donde la temperatura del absorbedor T_1 (K) está en función de los flujos en la apertura Q_3 , con temperatura de cavidad fija a $T_2 = 1100\text{K}$, eficiencia de transferencia de energía $\eta = 0.2$ y relación de áreas $A_1 = 0.45 \cdot A_3$. En la misma Figura 4 se han sobrepuesto las pérdidas de flujos conductivos Q_{ck} , y radiativos: Q_{perd1} de la esfera Q_{perd12} y de la cavidad.

Se debe observar en el cuarto punto de la función de temperatura en asteriscos, las coordenadas: (3.9 kW, 812.5 K), indican que la temperatura del absorbedor no llegó a 900 K como inicialmente se consideró en la Tabla 2. Para 900 K, la sumatoria arrojaba un porcentaje de error cercano al 3%. Al reducir la temperatura a 812.5 K, el error fue cercano a 0.2% y la diferencia entre cada flujo de entrada y flujo de cavidad se contuvo a 0.39 W aproximadamente, acorde a lo explicado en la Tabla 4 del material adicional del presente artículo.

La curva correspondiente a Q_{perd2} está directamente influenciada por la radiación de la cavidad sobre las aperturas, pero se mantiene con un valor constante por la sujeción ejercida sobre la temperatura de la cavidad, T_2 que se mantiene a 1100 K. Mientras más flujo penetrando la apertura más pérdida radiativa proveniente de la esfera escapará por la misma como lo muestra la curva Q_{perd1} cuya variación es también similar a la variación de la temperatura de la esfera contra el flujo de entrada. La curva de las pérdidas conductivas Q_{ck} , que es 0.1 veces proporcional a la potencia de entrada porque así se especificó inicialmente, tiene una variación lineal y proporcional al flujo de entrada.

4. DISCUSIÓN

Con el objeto de reducir pérdidas por transferencia de calor en sistemas de concentración solar de foco puntual se ha analizado este sistema de esferas concéntricas que tiene dos características que lo distinguen de los indicados en la introducción, la primera es que el absorbedor esférico está separado de las paredes de la cavidad que lo contiene, esto dificulta la construcción para una posible comercialización. No obstante, el hecho de que un buen porcentaje del flujo entrante incide en el absorbedor la puede hacer viable de comercializar y soslayar tal desventaja. Una opción para conseguirlo, es sustentar la esfera dentro de la cavidad con

delgados aislantes térmicos de fibra cerámica ó suspender el absorbedor con un tubo por donde se introduzca el fluido de trabajo, etc.

La segunda es que la esfera exterior tiene una apertura, por lo que se requirió analizar y explicar sus factores geométricos.

Por otra parte, ya con la deducción de los factores de forma fue posible calcular los flujos incidentes y los que se fugan por la apertura para hacer una estimación del comportamiento radiativo del subsistema bajo estudio.

5. CONCLUSIONES

Un conjunto de factores de forma radiativos fue analizado para una geometría consistente en dos esferas concéntricas, una de la cuales, la externa, cuenta con una apertura al flujo radiativo. Las pérdidas radiativas toman lugar desde la apertura y son dependientes del área de la misma. Por ello, la desigualdad $A_3 < A_1$, debe cumplirse para minimizar las pérdidas radiativas y aproximar el subsistema cavidad-esfera al comportamiento de un cuerpo negro. Tal condición se cumplió para cuando $A_3 = 100A_1$. Valores de relación de áreas esféricas A_1/A_3 , cercanos a 0.45 garantizan que la magnitud de flujos radiativos incidentes al absorbedor y desde la cavidad sobre el receptor, sean aproximadamente iguales.

Para los valores iniciales considerados, la radiación total presente en el absorbedor es aproximadamente un 88% del flujo entrante con pérdidas radiativas y conductivas cercanas al 2% y 10 %, respectivamente. Tales valores de ganancia y pérdidas evidencian que el sistema cavidad-absorbedor tiene un comportamiento aproximado de cuerpo negro lo cual lo hace útil para futuras aplicaciones reales.

Respecto a los materiales que podrían conformar el sistema solar cavidad-absorbedor, el elemento que resistiría altas temperaturas pero que tiene buenas propiedades radiativas de baja emisividad $\epsilon = 0.03$, es la plata para construir la cavidad. Por otro lado, el grafito sería el componente más adecuado para fabricar el receptor por su alta absorptividad radiativa de 0.9 y gran tolerancia a las temperaturas extremas de hasta 3500K.

Si otros materiales tienen que ser usados en lugar de los anteriores, basta con reconsiderar la dirección de los flujos radiativos en la Figura 3 y sustituir los valores respectivos de emisividad del nuevo par de materiales en la matriz de la ecuación (11), resolviéndola para obtener, de las ecuaciones (12) a (13), el flujo radiativo total en el absorbedor.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Kumar NS, Reddy KS. "Study of combined natural convection and surface radiation in a modified cavity receiver for solar parabolic dish collector". Proceedings of the 1st National Conference on Advances in Energy Research (AER). 2006. P. 157-163. DOI: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.135.8973&rep=rep1&type=pdf>
- [2] Melchior T, Steinfeld A. "Radiative Transfer within a cylindrical cavity with diffusely/specularly reflecting inner walls containing an array of tubular absorbers". Journal of Solar Energy Engineering. 2008. Vol. 130. P. 21013-1 - 21013-7. DOI: <http://dx.doi.org/10.1115/1.2888755>
- [3] Melchior T, Perkins C, Weimer AW, Steinfeld A. "A cavity-receiver containing a tubular absorber for high-temperature thermochemical processing using concentrated solar energy". International Journal of Thermal Sciences. 2008. Vol. 47. P.1496-1503. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2007.12.003>
- [4] Shuai Y, Xia X-L, Tan H-P. "Radiation performance of dish solar concentrator/cavity receiver systems". Solar Energy. 2008. Vol. 82. P. 13-21. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.solener.2007.06.005>
- [5] Prakash M, Kedare SB, Nayak JK. "Numerical study of natural convection loss from open cavities". International Journal of Thermal Science. 2012. Vol.51. P.

23-30. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2011.08.012>

[6] Flores V, Jiménez G, Lentz A, et al. "Plantas termosolares: generación directa de vapor con concentradores de canal parabólico". En: Almanza R, Callejas O, Correa G, et al. Ingeniería de la Energía Solar II. 1ª edición. México: Instituto de Ingeniería UNAM, 2003. P. 278-283.

[7] Nepveu F, Ferreire A, Bataille F. "Thermal Model of a Dish/Stirling System". Solar Energy. 2009. Vol. 83. P. 81-89. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.solener.2008.07.008>

[8] Xie W-T, Dai Y-J, Wang R-Z. "Theoretical and experimental analysis on efficiency factors and removal factors of Fresnel lens solar collector using different cavity receivers". Solar Energy. 2012. Vol. 86. P. 2458-2471. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.solener.2012.05.017>

[9] Saravia L, Echazú R, Alcorta G. "Motor Stirling tipo alfa para generación eléctrica solar". Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente [en línea]. 2009. vol. 13 [ref. de 2015-07-28], P. 9.51-9.56. Disponible en Internet: <<http://www.cricyt.edu.ar/asades/modulos/averma/trabajos/2009/2009-t009-a008.pdf>>. ISSN 0329-5184.

[10] Saravia L, Alía S, Echazú R. "Simulación numérica de un ciclo Stirling de tipo alfa con calentamiento solar". Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente [en línea]. 2010. Vol. 14. [ref. de 2015-07-28], P. 3.169-3.176. Disponible en Internet: <<http://www.cricyt.edu.ar/asades/modulos/averma/trabajos/2010/2010-t003-a023.pdf>>. ISSN 0329-5184.

[11] Incropera P, DeWitt D. Introduction to Heat Transfer. 4ª edición. Nueva York: John Wiley and sons, 2002. P. 779. ISBN 0471386499.

[12] Durán-Medina P. "Diseño y construcción de un prototipo de concentrador solar parabólico de disco reflector para generación de energía térmica". Director: Barbosa-Saldaña JG. Tesis de Maestría. Instituto Politécnico Nacional, DF, México, 2012.

[13] Tapia S, Del Río J. "Concentrador parabólico compuesto: una descripción opto-geométrica". Revista Mexicana de Física [en línea]. 2009. Vol. 55(2) [ref. de 2015-07-28]. P.141-153. Disponible en Internet: <<http://www.scielo.org.mx/pdf/rmf/v55n2/v55n2a2.pdf>>. ISSN 1870-3542

[14] Bhattacharyya AK, Choudhury BN, Chintiah P, Das P. "Studies on a probable correlation between thermal conductivity, kinetics of devitrification and changes in fiber radius of an aluminosilicate ceramic vitreous fiber on heat treatment". Ceramics Internacional. 2002. Vol. 28. P. 711-717. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/S0272-8842\(02\)00033-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0272-8842(02)00033-0)

[15] Rabl A. Active Solar Collectors and Their Applications. 1a edición. Nueva York: Oxford University Press, 1985. P. 215. ISBN 0195035461

[16] Cengel Y. Complete Solution Manual Heat Transfer. [CD]. 3a edición. México: McGraw Hill Interamericana, 2007, [ref. del 20 de Febrero de 2015]. Disponible dentro del libro Transferencia de calor y Masa del mismo autor.

[17] Siegel R, Howell J. Thermal Radiation Heat Transfer. 3a edición. Washington: Hemisphere Publishing Corporation, 1992. P. 1039-1040. ISBN 0891162712.

[18] Watanabe H, Susa M, Fukuyama H, Nagata K. "Near-Infrared Spectral Emissivity of Cu, Ag, and Au in the Liquid and Solid States at Their Melting Points". International Journal of Thermophysics. 2003. Vol.24. P.1105-1120. DOI: <http://dx.doi.org/10.1023/A:1025013320127>

[19] Modest M. Radiative Heat Transfer. 2a edición. San Diego: Academic Press Elsevier Science, 2003. P. 175-179. ISBN 0070426759.

[20] Esfandiari RS. Numerical Methods for Engineers and Scientists Using MATLAB®. Florida EUA: CRC Press of Taylor and Francis Group, 2013. P. 34-38. ISBN9781466585690.

AGRADECIMENTOS

Gracias al CONACYT (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología), y al IPN (Instituto Politécnico Nacional), por el apoyo al proyecto.

ANEXO: CONVENIENCIA DEL FACTOR

Para encontrar el valor conveniente del factor $\frac{A_1}{A_s}$ se obtiene cada punto de temperatura iterativamente: para cada aumento de flujo, se propone un valor tentativo de la temperatura en el receptor y se incrementa o disminuye hasta que el error de la sumatoria de flujo respecto a cero sea del orden de unas cuantas décimas porcentuales vigilándose también que la diferencia entre potencias de entrada y de cavidad, sea unas cuantas décimas de Watt.

La columna 3 de la Tabla 3 indica la diferencia de los flujos que impactan a la esfera desde la apertura y desde la cavidad, con el primer valor propuesto de $\frac{A_1}{A_s}$ equivalente a 0.450, tal diferencia

negativa y cercana a 100 W indica que la esfera requiere ser reducida más para conseguir que los flujos que llegan al absorbedor sean iguales. Esto se consigue reduciendo la relación $\frac{A_1}{A_s}$ a 0.4368 para obtener una diferencia de flujos de 0.2W. A pesar de la igualdad de flujo lograda, el error aumenta desde 2.48% hasta 2.75%, indicado en la columna 2, Tabla 3. Es por ello que se propuso variar ahora la temperatura para tratar de reducir el error de sumatoria total de flujos.

1	2	3	4
T_1 (K)	% error	$Q_{31}-Q_{21}$ (W)	$\frac{A_1}{A_s}$
900	2.48	-89.49	0.4500
900	2.69	-21.49	0.4400
900	2.75	0.200	0.4368

Tabla 3 Flujos Radiativos variando $\frac{A_1}{A_s}$

8	9	10	11
T_1 (K)	% error	$Q_{31}-Q_{21}$ (W)	$\frac{A_1}{A_s}$
850.5	1.39	55.96	0.4368
812.5	0.49	92.65	0.4368
812.5	0.19	0.39	0.4503

Tabla 4 flujos Radiativos variando T_1

Tal registro de variaciones se indica en la Tabla 4, columna 8, donde se fue reduciendo la temperatura dando por resultado una disminución del error, no obstante aumentaba la diferencia de flujos, o sea, que resultaba $Q_{31} \neq Q_{21}$ como se puede apreciar en la columna 10. Se fue reduciendo la temperatura sin encontrar algún punto donde se mantuviese la igualdad de flujo con un error muy bajo; es por ello que en la fila tres, columna 11, se regresó $\frac{A_1}{A_s}$ al valor inicial de 0.45, variándolo hasta 0.4503 consiguiendo unas décimas de error y diferencia de flujos del orden de unas décimas de Watt también.

Esta es la razón por la que la relación de áreas entre absorbedor y cavidad es aproximadamente 0.45, porque con dicho valor se consigue el mínimo error posible de la sumatoria total de flujos y a su vez, se consigue que los flujos que radian al absorbedor, desde la cavidad y desde la ventana, sean cercanamente iguales, diferentes entre sí por unas cuantas décimas de Watt.