

El molino para la molienda de sílex de Agustín de Betancourt y Molina: análisis mediante ingeniería asistida por ordenador

Agustin de Betancourt's mill for grinding flint: analysis by computer-aided engineering

■ ■ ■ ■
José Ignacio Rojas-Sola¹, Eduardo de la Morena-de la Fuente²
¹ Universidad de Jaén (España)
² Universidad de Córdoba (España)

DOI: <http://dx.doi.org/10.6036/8218>

Agustín de Betancourt y Molina fue un célebre ingeniero español nacido en la población tinerfeña del Puerto de la Cruz en 1758 y fallecido en la ciudad rusa de San Petersburgo en 1824. Sus aportaciones a la ingeniería civil e industrial han sido numerosas.

Muchas publicaciones acerca de la figura de Agustín de Betancourt y Molina abarcan una cronología biográfica y otros aspectos de su vida [1-4] así como de su obra científica y técnica [5]. Por ello, y dada la importancia de la misma, la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia ha empleado muchos años y esfuerzo en recopilar gran parte de la vida y obra del genial ingeniero, poniendo a libre disposición el Proyecto Digital Betancourt [6].

Esta original e inédita investigación que forma parte de una tesis doctoral en realización, sobre el patrimonio histórico de Agustín de Betancourt ligado a la ingeniería civil, está en continuidad con otra realizada anteriormente [7] de la que se obtuvo el modelo tridimensional con técnicas de diseño asistido por ordenador (CAD) de dicho molino de accionamiento hidráulico. Dicha invención histórica fue presentada por Betancourt en Londres, el 28 de marzo de 1796.

Betancourt realizó una estancia en Inglaterra desde 1793 a 1796. Durante su estancia presentó a diversos organismos oficiales dos inventos importantes: una máquina para cortar las cañas y otras plantas acuáticas de los ríos y canales navegables (premiado por la *Society for the Encouragement of Arts, Manufactures and Commerce* en 1795, quien la publicaría

traducida al francés unos años después, y del que posteriormente publicaría en Francia una memoria), y un molino de accionamiento hidráulico para la molienda del sílex, también premiado y presentado ante la *Royal Board of Agriculture*. Esta invención es el objeto del artículo, conservándose sólo una lámina de gran formato (60x80), con diferentes vistas del ingenio, y una memoria descriptiva de 2 páginas con el funcionamiento de las partes que lo componen, escrita en francés.

El objetivo del artículo es presentar un estudio de ingeniería asistida por ordenador a partir del modelo CAD 3D obtenido, realizar su análisis estático por elementos finitos indicando las tensiones de von Mises, los coeficientes de seguridad, las deformaciones y los desplazamientos, para comprobar qué partes del ingenio sufrían las mayores solicitaciones y, por tanto, analizar la integridad del mismo, siguiendo además la línea de investigación abierta por el autor sobre ejemplos notables del patrimonio histórico español [8].

Finalmente, resaltar que la importancia de esta investigación relativa a una de las aportaciones al patrimonio cultural, en particular al patrimonio histórico, del genial ingeniero español, radica en que no existen estudios a nivel mundial desde el punto de vista de la ingeniería de su obra, tan sólo un estudio desde la ingeniería gráfica del telégrafo óptico de Betancourt [9], y de ahí su originalidad, novedad y conveniencia.

1. MATERIAL Y MÉTODOS

Los materiales para la investigación han sido obtenidos del sitio web del proyecto digital Betancourt [10] y consisten en la lámina y memoria descriptiva citadas anteriormente.

1.1. DISEÑO ASISTIDO POR ORDENADOR

Para obtener el modelo 3D se ha utilizado como metodología la restitución digital del modelo, utilizando como herramienta Autodesk Inventor Professional, software paramétrico de diseño asistido por ordenador desarrollado por Autodesk [11]. Debido a la ausencia de información de detalle, tanto en la memoria descriptiva como en los planos, ha sido necesario adoptar una serie de hipótesis geométricas y dimensionales, así como de movimiento, para que el conjunto funcionara.

La Figura 1 muestra una perspectiva isométrica realista del modelo 3D obteni-

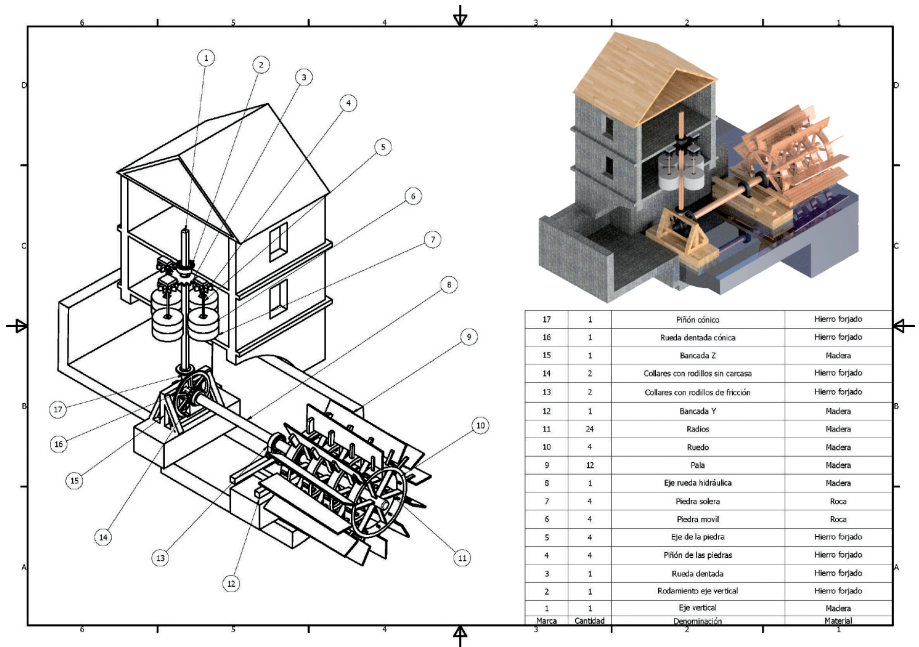


Fig. 1: Plano de conjunto con sus diferentes marcas y perspectiva isométrica realista

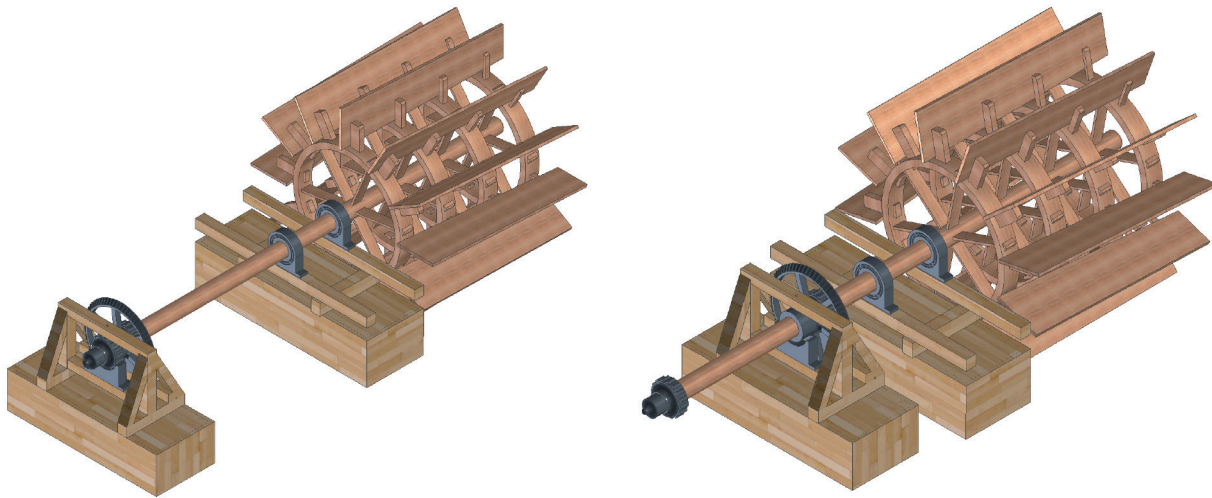


Fig. 2: Posiciones límite del mecanismo (Izda.: extendido - Dcha.: agrupado)

do con técnicas CAD, así como un plano de conjunto con indicación de todos los elementos que componen la invención.

El molino consta de un árbol horizontal de transmisión, o eje de la rueda hidráulica (8) que es accionada por la fuerza de una corriente de agua que incide sobre las palas (9). Éstas tienen dos inclinaciones diferentes para su correcto funcionamiento: 5 a 6 grados respecto a un corte transversal permitiendo mover el agua con menos resistencia, y 3 a 4 grados respecto a un corte longitudinal, facilitando colocar la rueda en el canal.

El eje de la rueda hidráulica es móvil, y flota sobre el canal gracias a dos bancadas flotantes (12 y 15) sobre las que se sostiene. Éstas a su vez, por medio de cuatro collares de fricción (13 y 14), abrazan dicho árbol de transmisión fijándolo, pero posibilitando su movimiento longitudinal.

Asimismo, el eje presenta una rueda dentada cónica (16) solidaria. Para ello, presenta una geometría que encastra con la rueda del eje hidráulico, engranando a su vez con un piñón cónico (17) que transmite el movimiento al eje vertical (1). En su extremo superior hay una rueda dentada solidaria que transmite el movimiento a 4 piñones rectos (4). Finalmente, estos piñones se unen mediante un eje (5) a cada una de las cuatro piedras volanderas (6).

Aparte del conjunto de transmisiones, lo novedoso del proyecto fue idear una estructura flotante de modo que el eje horizontal fuera móvil, permitiendo replegarlo y, por consiguiente, dando lugar a 2 posiciones límite: extendido y agrupado (Figura 2). Como consecuencia de esto, se facilitarían tanto su retirada del río como las labores de mantenimiento.

1.2. INGENIERÍA ASISTIDA POR ORDENADOR

1.2.1. Preprocesado

Previamente al análisis estático, se deben realizar algunas suposiciones y simplificaciones que ayudan a reducir los elevados requerimientos computacionales. Éstas son:

- No se ha considerado la construcción que albergaba a las piedras de moler.
- Para el análisis de tensiones se ha tenido en cuenta la situación más desfavorable, y por ello las piedras de moler se consideran en situación de parada, pues cuando el mecanismo está sometido al empuje del agua y las piedras paradas, se producen las mayores tensiones en el eje de transmisión ya que no puede girar libremente.
- Por otro lado, la acción del peso de los elementos de molienda recae sobre el forjado de la edificación que no se ha tenido en cuenta.
- No se han considerado las tensiones generadas en el árbol vertical de transmisión, pues se sustituirán por una fuerza vertical.
- La estructura se encuentra sobre dos soportes de madera flotantes. Un primer análisis debe plantear si estas bancadas son capaces de soportar el peso del eje horizontal, rueda y engranajes. Para el análisis estático, la bancada interior de madera se considerará fija.

Así pues, el mecanismo de estudio será el formado por el árbol de transmisión horizontal del movimiento, utilizando como apoyos las dos bancadas de madera existentes (interior y exterior).

Por otro lado, la estructura sufre tensiones de manera distinta dependiendo de la posición en la que se encuentre, y, por ello, se estudiará el mecanismo en ambas

posiciones límite para determinar los elementos más solicitados.

1.2.2. Asignación de materiales

El segundo paso en la preparación de la simulación consiste en la aplicación de materiales a cada uno de los elementos. Así pues, de la biblioteca de materiales que proporciona el software, se han elegido dos habituales para la época: hierro fundido y madera de roble, haciendo más realista el análisis estático perseguido, habida cuenta de la falta de información específica en dicho sentido. De esta forma, el software incorpora las propiedades térmicas, mecánicas y de resistencia de los mismos, necesarias para un análisis realista. Los materiales elegidos son el hierro fundido para las piezas metálicas, con un comportamiento isótropo y con sus correspondientes propiedades físicas: módulo de Young (120.500 MPa), coeficiente de Poisson (0,30), densidad (7.150 kg/m³) y tensión de rotura (758 MPa); y madera de roble para las piezas de madera, considerado como material ortótropo, con 3 valores diferentes del coeficiente de Poisson y del módulo de Young según la dirección, pero con un valor constante de densidad (760 kg/m³) y tensión de rotura (compresión paralela a la veta de 41 MPa).

1.2.3. Condiciones de contorno

Para establecer las condiciones de contorno en el mecanismo, es necesario formular la siguiente pregunta: si el conjunto del mecanismo descansa sobre dos apoyos flotantes o bancadas, ¿son capaces dichos apoyos de sostener el peso del mecanismo y del árbol vertical de transmisión cuando está apoyado en la bancada interior? Si no fuera así, la bancada tocaría el fondo del canal y las condiciones de contorno del mecanismo cambiarían.

Sabiendo que las superficies sobre las que se apoyan las bancadas son de madera, se puede calcular el peso máximo que son capaces de soportar, estableciendo una posición de equilibrio entre el peso y empuje. Autodesk Inventor Professional permite medir las superficies de todos sus elementos así como sus pesos una vez definidos los materiales de los mismos.

Así pues, el peso total del mecanismo y del eje vertical con sus engranajes es de $P = 275.823 \text{ N}$, y la superficie que soporta dicho peso es de $A = 20,675 \text{ m}^2$. Por otra parte, se pueden establecer las siguientes ecuaciones:

$$P = E \quad (1)$$

$$E = V_{H_2O} \cdot \delta_{H_2O} \cdot g \quad (2)$$

$$V_{H_2O} = \frac{P}{\delta_{H_2O} \cdot g} \quad (3)$$

Donde: P es el peso, E es el empuje, V_{H_2O} es el volumen de agua, δ_{H_2O} es la densidad del agua, y g es la aceleración de la gravedad.

Con estos dos datos (tomando la densidad del agua 1.000 kg/m^3 y la gravedad $9,81 \text{ m/s}^2$), y de acuerdo con el Principio de Arquímedes, para equilibrar el peso anteriormente citado es necesario un empuje similar en la dirección contraria.

$$V_{H_2O} = \frac{275.823 \text{ N}}{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 27,5823 \text{ m}^3$$

Así pues, un empuje vertical de 275.823 N sería el que realizaría un volumen de agua de $27,5823 \text{ m}^3$.

A partir del volumen calculado, se puede conocer la profundidad necesaria para llegar al equilibrio, pues se conoce la superficie inferior A que soporta el peso. Así pues:

$$h = \frac{V_{H_2O}}{A} = \frac{27,582 \text{ m}^3}{20,675 \text{ m}^2} = 1,33 \text{ m}$$

Sería necesario hundirlas $1,33 \text{ m}$ para conseguir desalojar dicho volumen. Como ambas bancadas tienen un calado superior a $1,40 \text{ m}$, sus características geométricas son suficientes para sostener el peso de todo el mecanismo.

Conociendo todos estos datos, se aplican las condiciones de contorno o restricciones en el mecanismo. Autodesk Inventor Professional incorpora 3 tipos de restricciones: Fijas, que corresponden a la rueda dentada cónica y a la bancada interior que funciona como si estuviera empotrada; de rodadura, entre el eje y los rodamientos ex-

teriores; y por último, sin fricción, que sería el que tiene la bancada exterior, ya que tiene dos componentes fijas y una libre. Lo descrito puede apreciarse con mayor detalle en la Figura A del Material Suplementario.

1.2.4. Fuerzas aplicadas

Las fuerzas aplicadas a considerar son tres: la presión ejercida por la corriente de agua sobre las palas de la rueda hidráulica (cuando está expuesta a la corriente), la acción de la gravedad sobre el mecanismo, y por último, el peso que sobre la bancada interior ejerce el árbol vertical de transmisión con todos sus elementos, que no se han considerado para el análisis estático, pero que sí forman parte del conjunto.

Para analizar la presión ejercida por la corriente sobre las palas, es necesario indicar que dicho molino estuvo situado en el río Severn en Coalbrookdale (Inglaterra), por lo que será necesario calcular el valor medio de su caudal. Los niveles de aforo del río Severn son públicos [12], por lo que se toma un caudal medio (Q) de $61,17 \text{ m}^3/\text{s}$. Se sabe también la sección del río en el puente de hierro de Coalbrookdale, donde tiene un calado homogéneo de 3 m y una anchura de 30 m , por lo que se toma una sección (A) de 90 m^2 .

La ecuación de la energía cinética es:

$$Ec = \frac{1}{2} m v^2 \quad (4)$$

Siendo m , la masa de agua que transmite una cantidad determinada de energía, y v , la velocidad de dicha cantidad de agua. Ambas constantes se pueden escribir en función del caudal y la densidad del agua:

$$Ec = \frac{1}{2} \delta V \left(\frac{Q}{A} \right)^2 \quad (5)$$

Por otro lado, la presión (σ) que ejerce el río será el cociente entre energía cinética Ec , y el volumen del agua que la contiene, V , de manera que sustituyendo las expresiones anteriores, se tendrá que:

$$\sigma = \frac{Ec}{V} = \frac{\delta Q^2}{2A^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1000 \text{ kg} \cdot 61,17^2 \text{ m}^6}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2} = 230,97 \text{ Pa}$$

Así pues, la presión media de incidencia por unidad de superficie es de 231 Pa .

De la planimetría se puede apreciar que el agua impacta sobre 2 palas de la rueda hidráulica a la vez en sentido horario, y por simplicidad, se va a suponer que afecta a toda la superficie de la pala. Sin embargo, las palas no son perpendiculares

a la fuerza del agua, sino que presentan una inclinación de 3° y 30° respecto al árbol horizontal de transmisión, lo que permite descomponer la fuerza en sus componentes para determinar la fuerza en la pala inferior y en la superior.

En segundo lugar, se incluye el peso del mecanismo, ubicado en su centro de gravedad, mediante la aplicación del vector de la gravedad ($9,81 \text{ m/s}^2$) en sentido negativo del eje Z .

Por último, faltaría aplicar el peso que produce el árbol vertical de transmisión del movimiento en la bancada interior. Tras conocer la masa de todos los elementos que lo componen, y una vez multiplicada por la aceleración de la gravedad, resulta un valor de 20.774 N que debe ser aplicada en la bancada interior.

Finalmente, una vez aplicadas todas las fuerzas, la simulación queda preparada a expensas de la discretización del dominio computacional. Para observar con detalle la aplicación de estas fuerzas se recomienda consultar las Figuras B a E del Material Suplementario.

1.2.5. Discretización o mallado

Antes de comenzar con la simulación, es necesario discretizar el dominio computacional de cálculo. El software genera automáticamente una malla de tetraedros, pero no contempla las zonas en las que es previsible que las tensiones sean mayores como en las palas, la unión de éstas con la rueda hidráulica, los ejes de las ruedas, la unión de éstas con el árbol horizontal, los puntos de apoyo y los puntos de aplicación de fuerzas.

Sin embargo, para obtener resultados precisos, es necesario refinar la malla en zonas de interés. Para ello, se configura la malla con los valores por defecto que ofrece el software (ver Figura F del Material Suplementario), en el que se definen el tamaño medio del elemento de la malla ($0,1$), su tamaño mínimo ($0,2$), el factor de modificación ($1,5$) y ángulo máximo de giro (60°), de cara a obtener resultados fidedignos (ver Figura G del Anexo).

Finalmente, antes de ejecutar la simulación se deben configurar los criterios de convergencia, también con los valores por defecto que ofrece el software, es decir, el número máximo de refinamientos ($h=0$), el criterio de parada (10%) y el umbral de refinado h ($0,75$). La Figura 3 muestra el mallado completo final del mecanismo.

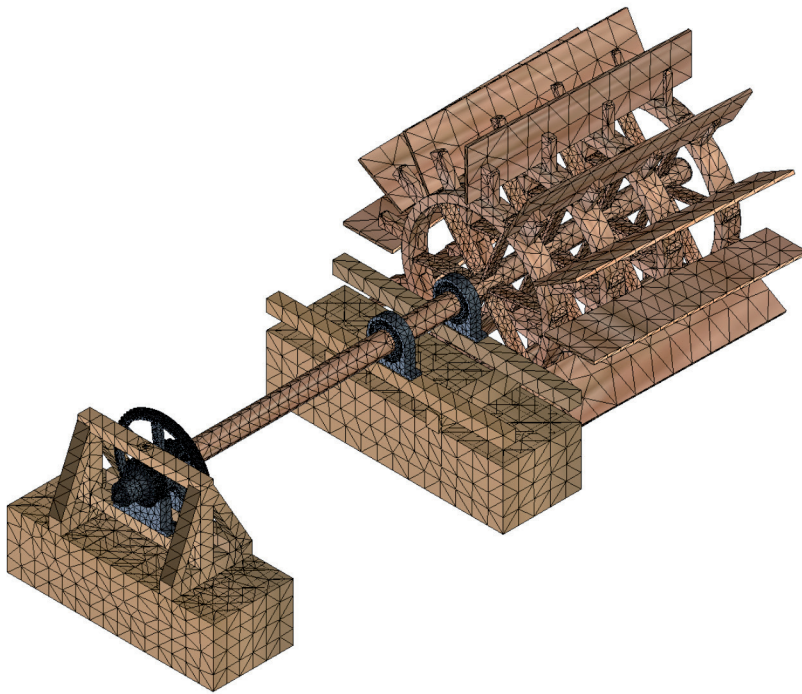


Fig. 3: Discretización final

2. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tras ejecutar la simulación, se obtienen todos los resultados que proporciona Autodesk Inventor Professional en el análisis estático, es decir: tensiones de von Mises, desplazamientos, deformaciones y

coeficiente de seguridad.

En lo relativo a las tensiones de von Mises, valorando las dos posiciones de funcionamiento, los resultados muestran que el mecanismo está sometido a tensiones bajas (Figura 4). Cuando el mecanismo

está extendido la tensión con valor más alto (34,79 MPa) se localiza junto al rodamiento que soporta el apoyo de la rueda hidráulica. Sin embargo, cuando el mecanismo está agrupado, la tensión más alta (74,96 MPa) se localiza en el rodamiento de la bancada interior.

Para conocer si las tensiones que aparecen en estos puntos críticos superan la tensión de rotura (madera de roble con un valor de 41 MPa, o hierro fundido con un valor de 758 MPa), se modifica la escala de tensiones. Se comprueba que las tensiones de von Mises distan mucho de la tensión de rotura (34,79 MPa la máxima tensión en las piezas de madera y 74,96 MPa las de hierro fundido). Las Figuras H e I del Material Suplementario muestran las apreciaciones anteriores en las zonas de mayores solicitaciones.

Igualmente, la solución obtenida anteriormente se podría comprobar obteniendo el coeficiente de seguridad (Figura 5).

En dicha figura se aprecia cómo dicho coeficiente presenta un valor comprendido entre 1,34 y 15, superior a la unidad, que es el valor mínimo para que no se produzca la rotura del material. Asimismo, se observa que mientras los elementos metálicos están lejos de llegar a su límite de elasticidad, no ocurre así en el eje horizontal de la rueda que es de madera de

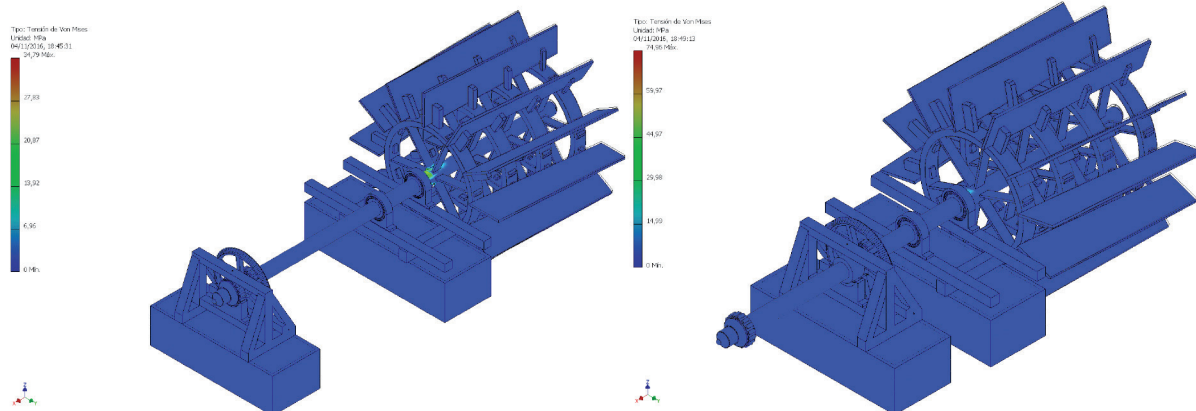


Fig. 4: Tensiones de von Mises (Izda.: mecanismo extendido – Dcha.: mecanismo agrupado)

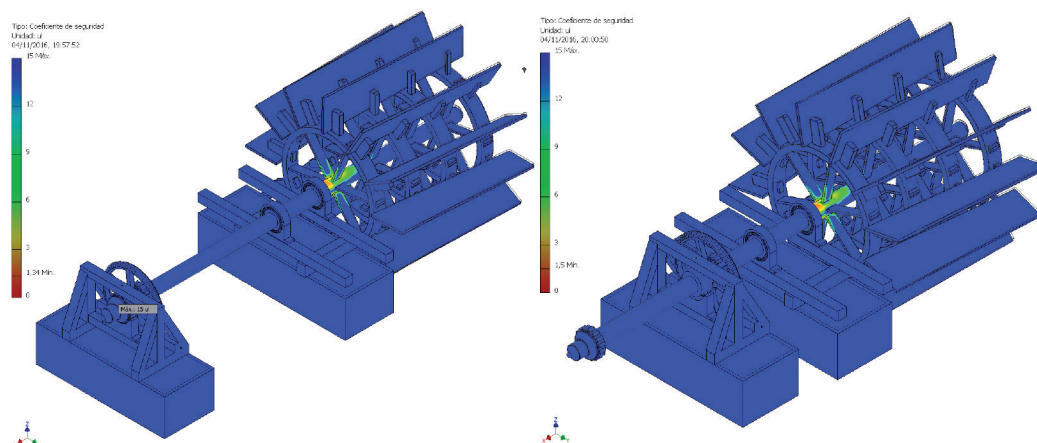


Fig. 5: Coeficiente de seguridad (Izda.: mecanismo extendido – Dcha.: mecanismo agrupado)

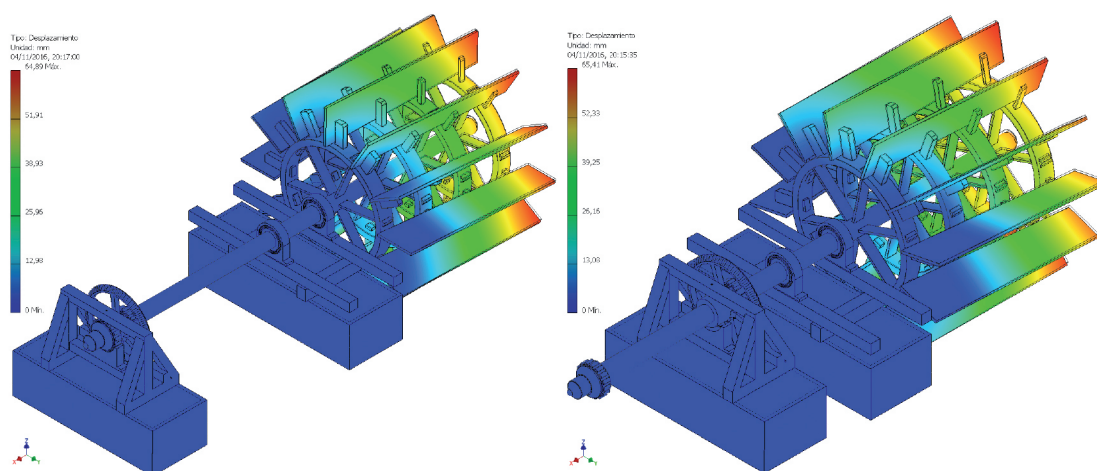


Fig. 6: Distribución de desplazamientos (Izda.: mecanismo extendido – Dcha.: mecanismo agrupado)

roble. Aunque el mecanismo se encuentra bien dimensionado, todo hace indicar que esta pieza de madera debería cambiarse cada cierto tiempo pues las condiciones de humedad afectarían al límite de elasticidad del material.

Finalmente, se ha obtenido la distribución de desplazamientos (Figura 6).

Asimismo, las deformaciones equivalentes obtenidas confirman su relación directa con la distribución de tensiones de von Mises (ver Figura J del Material Suplementario), y asimismo, los desplazamientos máximos obtenidos, se encuentran en las palas de la rueda hidráulica, con valores máximos comprendidos entre los 64 y 66 mm que para un material flexible como la madera no suponía ningún problema.

3. CONCLUSIONES

En el presente artículo se ha realizado un análisis por técnicas de ingeniería asistida por ordenador (CAE) del molino de accionamiento hidráulico para la molienda del sílex inventado por Agustín de Betancourt y Molina en 1796. Para ello, se ha partido del modelo CAD 3D realizado con Autodesk Inventor Professional, software paramétrico de diseño e ingeniería asistidos por ordenador.

Asimismo, debido a los altos requerimientos computacionales, ha sido necesario realizar una serie de simplificaciones, tanto funcionales como relativas al proceso de discretización, para disminuir el volumen computacional, ya que aunque no se hubieran realizado dichas simplificaciones, tan sólo se hubiera conseguido aumentar el tiempo de la simulación, pero no mejorar el resultado obtenido y su discusión.

También, hay que indicar que efectivamente, las mayores tensiones de von Mises se producen en dos lugares, dependiendo de la posición del mecanismo: en la bancada interior, concretamente en los

rodamientos que permiten al eje horizontal girar sobre dicha bancada y que actúan como un concentrador de tensiones, cuando el mecanismo está agrupado, y en el eje hidráulico en su posición más cercana al primer apoyo, cuando el mecanismo se encuentra extendido. Asimismo, los máximos desplazamientos se producen en las palas de la rueda hidráulica como cabría esperar, pero aun así el mecanismo estaba bien dimensionado, no alcanzando en ningún punto, la tensión de rotura del material.

Por lo tanto, se puede concluir que la construcción de Betancourt, puesta en práctica a finales del siglo XVIII, fue un diseño consistente, original, innovador y dimensionado con un alto factor de seguridad desde el punto de vista estructural, es decir, estaba sobredimensionado, lo que viene a corroborar lo habitual de dichas prácticas en las invenciones de la época.

Finalmente, aunque las conclusiones no sean demasiado significativas, pero sí interesantes desde el punto de vista de historia de la ingeniería, se puede concluir que el análisis y la metodología empleados se pueden aplicar perfectamente a máquinas y mecanismos actuales.

PARA SABER MÁS

- [1] Muñoz Bravo, J. Biografía cronológica de Don Agustín de Betancourt y Molina en el 250 aniversario de su nacimiento. 1ª edición. Murcia: Acciona Infraestructuras, 2008. 323p. Depósito Legal: MU 3018-2008.
- [2] Bogoliúbov AN. Agustín de Betancourt: un héroe español del progreso. Madrid: Seminarios y Ediciones, 1973. 192p. ISBN: 978-84-299-0040-8.
- [3] Martín Medina A. Agustín de Betancourt y Molina. Madrid: Dykinson, 2006. 189p. ISBN: 978-84-9772-901-7.
- [4] Padrón Acosta S. El ingeniero Agustín de Bethencourt y Molina. La Laguna de Tenerife: Instituto de Estudios Canarios, 1958. 50p.
- [5] Cioranescu A. Agustín de Betancourt: su obra técnica y científica. La Laguna de Tenerife: Instituto de Estudios Canarios, 1965. 200p. ISBN: 978-84-00-00263-3.
- [6] Proyecto Digital Betancourt. Disponible online: <http://fundacionorotava.es/betancourt> (último acceso 10/01/2017).

- [7] Rojas-Sola JI, De la Morena-de la Fuente E. "El molino para la molienda del sílex de Agustín de Betancourt y Molina: Aproximación a su modelado geométrico con Autodesk Inventor Professional". En: Actas del 1er Congreso Internacional de Patrimonio Industrial y de la Obra Pública, (Huelva 26-28 de octubre de 2016), 2016. P. 353-361. ISBN: 978-84-617-5659-9.
- [8] Rojas-Sola JI, Palomares-Muñoz I. "Modelado tridimensional y análisis estático de un castillete metálico articulado español para la extracción del mineral". Dyna. Nov 2015. Vol. 90-6. P. 602-607. (doi: <http://dx.doi.org/10.6036/7695>)
- [9] Villar-Ribera R, Hernández-Abad F, Rojas-Sola JI, Hernández-Díaz D. "Agustín de Betancourt's telegraph: Study and virtual reconstruction". Mechanism and Machine Theory. June 2011. Vol. 46-6. P. 820-830. (DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2011.01.008>)
- [10] Betancourt, A. Explication des principales parties du moulin pour moudre le sílex. Paris : Institut National de France, 1796. Disponible online: http://fundacionorotava.es/pynakes/lise/betan_silex_fr_01_1796 (último acceso 16/05/2017).
- [11] Shih RA. Parametric modeling with Autodesk Inventor 2016. Mission (Kansas, USA): SDC Publications, 2015. 594p. ISBN: 978-1-58503-971-5.
- [12] Datos hidrográficos del río Severn: Disponible online: <http://www.gaugemap.co.uk/#!Detail/1/11154> (último acceso 16/05/2017).

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación se ha desarrollado en el seno del proyecto de investigación de excelencia titulado: "El patrimonio histórico de Agustín de Betancourt: estudio integral de las aportaciones a la ingeniería civil desde la ingeniería gráfica para su puesta en valor y difusión" (HAR2015-63503-P), financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad y por el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER). Asimismo, agradecemos muy sinceramente a la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia por su amabilidad y disposición para la utilización del material de su website, así como a la Fundación Juanelo Turriano por la concesión de una de sus prestigiosas becas de doctorado.

MATERIAL SUPLEMENTARIO

http://www.revistadyna.com/documentos/pdfs/_adic/8218-1.pdf

